

Analiza matematyczna
Lista 6 (całki nieoznaczone)

Zad 1. Obliczyć całki:

$$a) \int (3x^5 - 6x^3 - 5x + 1) dx \quad b) \int \frac{x^3 + 8}{x + 2} dx \quad c) \int \sqrt{x\sqrt{x}\sqrt{x}} dx \quad d) \int \frac{x(\sqrt{x} - x^2\sqrt[3]{x})}{\sqrt[3]{x}} dx$$

$$e) \int \left(\frac{1}{\cos^2 x} + \sin x - \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx \quad f) \int \left(e^x - \frac{2}{x} + \frac{5}{\sqrt{x}} + \frac{3}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx \quad g) \int \frac{x^4 + 2x^2 - 5}{x^2 + 1} dx$$

Zad 2. Korzystając z metody całkowania przez podstawienie obliczyć całki:

$$a) \int e^{-3x} dx \quad b) \int \frac{dx}{5x + 3} \quad c) \int \frac{\sqrt{x+1}}{x} dx \quad d) \int \frac{dx}{x \ln^3 x} \quad e) \int x e^{x^2} dx \quad f) \int \frac{e^{2x}}{\sqrt[4]{1+e^x}} dx$$

$$g) \int \sin^4 2x \cos^3 2x dx \quad h) \int \operatorname{tg} x dx \quad i) \int \frac{\cos x}{1 + 4 \sin^2 x} dx \quad j) \int x(2x^2 + 3)^n dx, n \in \mathbb{N}$$

$$k) \int \frac{\ln x}{x\sqrt{1+2\ln x}} dx \quad l) \int \frac{1}{x^2} \cos \frac{1}{x} dx \quad m) \int \frac{dx}{x\sqrt{9x^2 - 1}}$$

Zad 3. Stosując odpowiednie podstawienia obliczyć podane całki nieoznaczone

$$a) \int \frac{1}{x+2009} dx, \quad b) \int (5-3x)^{2009} dx, \quad c) \int \frac{x dx}{x^2+1}, \quad d) \int \frac{x dx}{(x^2+3)^6},$$

$$e) \int \frac{\cos \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx, \quad f) \int \frac{\sqrt{1+4x}}{x} dx, \quad g) \int (x+1) \sin(x^2 + 2x + 2) dx, \quad h) \int \frac{\ln x}{x} dx,$$

$$i) \int \frac{\cos x dx}{\sqrt{1+\sin x}}, \quad j) \int \frac{(3x+2) dx}{3x^2+4x+7}, \quad k) \int x^2 \sqrt[5]{5x^3+1} dx, \quad l) \int x e^{-x^2} dx,$$

$$m) \int x^3 e^{x^2} dx, \quad n) \int 6^{1-x} dx, \quad o) \int \frac{5 \sin x dx}{3-2 \cos x}, \quad p) \int \sin^3 x dx, \quad r) \int \frac{e^x dx}{e^{2x}+1},$$

$$s) \int \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}}, \quad t) \int \frac{dx}{2+\sqrt{x}} dx, \quad u) \int \frac{dx}{\sqrt{4x-x^2}}, \quad w) \int \frac{x^2 dx}{(x-1)^{100}}, \quad x) \int \frac{e^{-\frac{1}{x}} dx}{x^2},$$

Zad 4. Stosując wzór na całkowanie przez części obliczyć całki:

$$a) \int x e^{-3x} dx \quad b) \int e^x \sin x dx \quad c) \int (\ln x)^2 dx \quad d) \int x^{10} \ln x dx \quad e) \int (x^3 + 2x - 1) 2^x dx$$

$$f) \int \cos(\ln x) dx \quad g) \int \frac{x}{\sin^2 x} dx \quad h) \int x \cos x dx \quad i) \int (\arcsin x)^2 dx \quad j) \int \arccos \sqrt{\frac{x}{x+1}} dx$$

Zad 5. Wyprowadzić wzory rekurencyjne dla następujących całek:

$$a) \int x^n a^x dx, \quad a > 0, a \neq 1, n \in \mathbb{N} \quad b) \int \ln^n x dx, \quad n \in \mathbb{N} \quad c) \int \sin^n x dx, \quad n \in \mathbb{N}$$

Zad 6. Obliczyć całki z funkcji wymiernych:

$$a) \int \frac{x-3}{x^2-6x+5} dx \quad b) \int \frac{dx}{2x^2-20x+51} \quad c) \int \frac{11x-1}{3x^2-5x-2} dx \quad d) \int \frac{9x-5}{9x^2-6x+1} dx$$

$$e) \int \frac{x-1}{x^3-3x-2} dx \quad f) \int \frac{x^4-3x^2-3x-2}{x^3-x^2-2x} dx \quad g) \int \frac{x^4-x^3+x^2+1}{x^3+x} dx \quad h) \int \frac{x^3-6}{x^4+6x^2+8} dx$$

Zad 7. Obliczyć podane całki z funkcji wymiernych

$$a) \int \frac{dx}{x^2+4x+29}, \quad b) \int \frac{(6x+3)dx}{x^2+x+4}, \quad c) \int \frac{(4x+2)dx}{x^2-10x+29}, \quad d) \int \frac{(x-1)dx}{9x^2+6x+2},$$

$$e) \int \frac{(x+2)dx}{x(x-2)}, \quad f) \int \frac{x^2 dx}{x+1}, \quad g) \int \frac{dx}{(x-1)x^2}, \quad h) \int \frac{dx}{(x^2+1)(x^2+4)},$$

$$i) \int \frac{(4x+1)dx}{2x^2+x+1}, \quad j) \int \frac{(3x-1)dx}{x^2-x+1}, \quad k) \int \frac{dx}{x^2+2x+8}, \quad l) \int \frac{2dx}{x^2+6x+18},$$

$$m) \int \frac{(4x+1)dx}{2x^2+x+1}, \quad n) \int \frac{x^2 dx}{x^2+2x+5}, \quad o) \int \frac{(2x^4+5x^2-2)dx}{2x^3-x-1}, \quad p) \int \frac{dx}{(x-2)^2(x+3)^3}.$$

Zad 8. Obliczyć podane całki z funkcji trygonometrycznych

$$a) \int \sin^3 x dx, \quad b) \int \sin^4 x \cos^3 x dx, \quad c) \int \cos^4 x dx, \quad d) \int \sin^3 x \cos^6 x dx,$$

$$e) \int \sin^2 x \cos 2x dx, \quad f) \int \sin^2 x \sin 2x dx, \quad g) \int \operatorname{tg} x dx, \quad h) \int \sin x \operatorname{tg}^2 x dx,$$